die Gleichung $\Psi(\sigma) = (\lambda - \lambda_0)\int F(\sigma s)\,\Psi(s)\,ds$, daraus durch Einsetzen von (σ) für $\lim \lambda = \lambda_0$.

$$(\varphi) \qquad \Psi(\sigma) = \int P(\sigma s)\,\Psi(s)\,ds$$

für jede Lösung Ψ der Integralgleichung (μ_2). Angesichts des Zerfallens (v) von $P(\sigma, s)$ ist also $\Psi(\sigma)$ eine lineare Kombination der $\Psi_1(s)$, $\Psi_2(s), \ldots$ $\Psi_n(s)$. Wenn es, wie vorausgesetzt, genau n unabhängige Lösungen für $\Psi(s)$ gibt, so kann man die vorstehenden $\Psi_\varkappa(s)$ als solche auffassen, die dann also linear unabhängig sind. Setzt man in (φ) $P(\sigma s)$ ein, so bekommt man

$$\Psi(\sigma) = \Psi_1(\sigma)\int \Phi_1(s)\,\Psi(s)\,ds + \Psi_2(\sigma)\int \Phi_2(s)\,\Psi(s)\,ds + \cdots + \Psi_n(\sigma)\int \Phi_n(s)\,\Psi(s)\,ds.$$

Wenn man in dieser Gleichung für $\Psi(\sigma)$ eine der Funktionen $\Psi_1(\sigma)$, $\Psi_2(\sigma), \ldots \Psi_n(\sigma)$ einsetzt, so bekommt man eine lineare Relation zwischen diesen Funktionen, so daß die Koeffizienten identisch Null sein müssen. Daraus ergeben sich aber zwischen den Funktionen $\Phi_\varkappa(s)$ und $\Psi_\lambda(s)$ die Integralrelationen

$$\int \Phi_\varkappa(s)\,\Psi_\lambda(s)\,ds = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \varkappa = \lambda \\ 0 & \quad\text{,,}\quad \varkappa \neq \lambda. \end{cases}$$

Wir können daher sagen:

Hat die Lösung $F(\sigma s)$ der Integralgleichung

$$F(\sigma s) + \lambda \int F(\sigma\theta) f(\theta s)\,d\theta = f(\sigma s)$$

für λ_0 eine Entwicklung der Gestalt $F(\sigma s) = \frac{P(\sigma s)}{\lambda - \lambda_0} + \cdots$ worin $P(\sigma s)$ nicht identisch Null und von λ unabhängig ist, während der weggelassene Teil für $\lim \lambda = \lambda_0$ *endlich ist, so zerfällt $P(\sigma s)$ in folgender Weise*

$$P(\sigma s) = \Psi_1(\sigma)\Phi_1(s) + \Psi_2(\sigma)\Phi_2(s) + \cdots + \Psi_n(\sigma)\Phi_n(s)$$

worin $\Phi_1(s)$, $\Phi_2(s), \ldots \Phi_n(s)$ untereinander linear unabhängig sind und die homogene Integralgleichung (μ_1) lösen und analog sind die $\Psi_\varkappa(s)$ n linear unabhängige Lösungen der homogenen Integralgleichung (μ_2). Jede Lösung von (μ_1) ist durch die $\Phi_1(s), \ldots \Phi_n(s)$ linear ausdrückbar, und jede Funktion, welche der Gleichung (μ_2) genügt, durch die Funktionen $\Psi_1(s)$, $\Psi_2(s), \ldots \Psi_n(s)$. Zwischen den $\Phi_\varkappa(s)$ und $\Psi_\varkappa(s)$ bestehen die Integralrelationen

$$(\chi) \qquad \int \Phi_\varkappa(s)\,\Psi_\lambda(s)\,ds = \begin{cases} 1 & \text{wenn } \varkappa = \lambda \\ 0 & \quad\text{,,}\quad \varkappa \neq \lambda. \end{cases}$$

§ 18.

Zum Schluß soll noch eine Methode angegeben werden, nach der man unter Umständen den Fredholmschen Nenner $D(\lambda)$ leichter berechnen kann als durch die Reihenentwicklung (ζ).

Aus der Entwicklung (ζ) sieht man sofort, wie bereits oben bemerkt worden ist, daß

$$D'(\lambda) = \int D_\lambda\binom{\sigma}{\sigma}\,d\sigma.$$

Dividiert man diese Gleichung durch $D(\lambda)$, so ergibt sich, weil $F(\sigma s) = \frac{D_\lambda\binom{\sigma}{s}}{D(\lambda)}$

$$\frac{D'(\lambda)}{D(\lambda)} = \int F(\sigma, \sigma)\,d\sigma.$$

Nun genügt aber $F(\sigma s)$ der Gleichung

$$F(\sigma s) + \lambda \int F(\sigma\theta) f(\theta s)\,d\theta = f(\sigma s).$$

Schreibt man diese Gleichung in der Form

$$F(\sigma s) = f(\sigma s) - \lambda \int F(\sigma\theta) f(\theta s)\,d\theta,$$

so ergibt sich eine Potenzreihenentwicklung für $F(\sigma s)$ durch sukzessives Einsetzen unter dem Integralzeichen:

$$F(\sigma s) = f(\sigma s) - \lambda \int f(\sigma\theta) f(\theta s)\,d\theta + \lambda^2 \int\int f(\sigma\theta_1) f(\theta_1\theta_2) f(\theta_2 s)\,d\theta_1\,d\theta_2 - \cdots$$

Setzt man hierin $\sigma = s$ und integriert, so ergibt sich $\frac{D'(\lambda)}{D(\lambda)}$ und durch Integration nach λ der $\log D(\lambda)$ in der Form

$$\log D(\lambda) = a_1\lambda - \frac{a_2}{2}\cdot\lambda^2 + \frac{a_3}{3}\cdot\lambda^3 - \frac{a_4}{4}\cdot\lambda^4 + \cdots$$

wobei $a_1 = \int f(\theta\theta)\,d\theta$ und allgemein

$$a_\varkappa = \int\int\cdots\int f(\theta_1\theta_2) f(\theta_2\theta_3)\cdots f(\theta_{\varkappa-1}\theta_\varkappa) f(\theta_\varkappa\theta_1)\,d\theta_1\,d\theta_2\cdots d\theta_\varkappa.$$

Dritter Abschnitt.

Die erste und die zweite Randwertaufgabe.

Die bisherigen vorbereitenden Betrachtungen ermöglichen uns die Lösung zweier Fragen, welche ursprünglich durch Problemstellungen der theoretischen Physik veranlaßt, nicht nur für diese Wissenschaft, sondern auch für die reine Mathematik von hervorragender Wichtigkeit geworden sind. Diese beiden Fragen betreffen die Existenz von Potentialen, welche in einem gegebenen Gebiete regulär sich verhalten, bei Annäherung an den Rand aber stetig in gegebene Randwerte (1. Randwertaufgabe) übergehen oder aber am Rande gegebene normale Ableitungen besitzen (2. Randwertaufgabe). Die zweite Randwertaufgabe läßt sich naturgemäß durch den oben definierten Begriff der Strömung verallgemeinern, indem man in jedem Element die Strömung als gegeben betrachtet.

Daß diese Angaben zur Bestimmung des Potentials vollkommen ausreichen, läßt sich folgendermaßen in aller Strenge nachweisen.

Eindeutigkeitsbeweis.

§ 19.

Es gilt der Satz:

Jede Potentialfunktion ist durch die Werte, denen sie sich am Rande ihres Regularitätsgebietes stetig anschließt und falls es sich um unendliche Gebiete handelt, noch durch Angabe ihrer Masse in eindeutiger Weise definiert.

Zum Beweise dieses Satzes nimmt man nach K. Neumann Gebrauch von der Eigenschaft der Potentiale im Regularitätsgebiete keinen Extremalwert zu besitzen. Würde es zwei Potentiale mit gleichen Randwerten und im Falle unendlicher Felder auch mit gleichen Gesamtmassen geben, so wäre die Differenz ein Potential mit verschwindenden Randwerten. Bei diesem Potential wäre der Anschluß an die Randwerte Null ebenfalls stetig. Das Potential müßte, da sowohl das Maximum als das Minimum verschwindet, selbst gleich Null sein. Bei unendlichen Feldern war die Angabe der Masse nötig, da nur in diesem Falle die Differenz zweier etwa vorhandener Lösungen die Masse Null hätte, also auch im Unendlichen kein Extremum besäße. Ließe man verschiedene Massen zu, so wäre der Satz gar nicht mehr richtig.

Man kann den obigen Satz noch verallgemeinern. Nehmen wir etwa an, es handle sich um das (unendliche) Außengebiet von n sich ausschließenden für sich geschlossenen Kurven. *Wenn dann die Randwerte auf den Kurven gegebenen sind, so gibt es höchstens ein solches Potential, welches* *im Unendlichen Null ist, auf jeder der Randkurven einzeln die Masse Null hat und die gegebenen Randwerte bis auf je einen konstanten Unterschied annimmt.* Diese Behauptung ist eine einfache Folge eines im § 7 aufgestellten Satzes auf S. 17.

Im Laufe unserer Untersuchung werden wir nämlich sehen, daß es tatsächlich schon durch ein Potential der Doppelschicht möglich ist, gegebene endliche Randwerte bis auf additive konstante Unterschiede auf den einzelnen Randkurven darzustellen. Dieses Potential ist nach obigem Satze das einzige dieser Art. Wenn dann noch die Forderung gestellt wird, die gegebenen Randwerte durch ein Potential genau darzustellen, so wird noch eine zweite Aufgabe zu lösen sein, nämlich die Bestimmung eines Potentials mit je einem gegebenen konstanten Wert auf jeder Randkurve. Diese Potentiale — Leiterpotentiale — deren Existenz ebenfalls nachgewiesen wird, sind dann nicht ohne Masse auf jeder Kurve. Sie werden sich in der Form von Potentialen der einfachen Schicht ergeben, als Potentiale der Doppelschicht wären sie sicher nicht darstellbar.

Noch eine Bemerkung muß ich zum vorstehenden Unitätssatze machen. Der Beweis erfordert, wie man sieht, keine Voraussetzung über die Form der Berandung, ist also in der Hinsicht von größter Allgemeinheit. Eine ganz wesentliche Voraussetzung aber war die *des stetigen Anschlusses an stetige Randwerte.* Nun kommen aber oft Aufgaben vor, wo die gegebenen Randwerte zwar überall unter einer endlichen Größe aber nur in Abteilungen stetig sind. Was für Werte nimmt das Potential in Punkten an, wo ein Stetigkeitssprung der Randwerte vorhanden ist? Könnten nicht in der Nähe solcher Punkte die Werte des Potentials über die Extreme der gegebenen Randwerte hinaus gehen? Ich teile hier einen einfachen Beweis mit, *daß es auch in diesem Falle nur ein Potential geben kann, wenn die Stetigkeit des Anschlusses an die Randwerte nur in einer endlichen Anzahl von Punkten*) zweifelhaft ist, sofern die Werte des Potentials nicht über jeden Betrag hinausgehen.* Es handelt sich hier offenbar um den Nachweis des Satzes, *daß die Werte eines endlich bleibenden Potentials stets zwischen den Extremen seiner Randwerte bleiben, selbst wenn diese nur stückweise stetig sind.*

Es seien $a_1, a_2 \ldots a_n$ die Punkte der Unbestimmtheit, das Regularitätsgebiet sei ein endliches vom größten Durchmesser $\leqq D$. Das Potential $u(p)$ soll sonst stetige Randwerte, die $\leqq M$ sind, haben, bis auf die Randpunkte $a_1 a_2 \ldots a_n$, wo nichts vorausgesetzt wird, hingegen sei überall das Potential $|u(p)| < A$. Wenn man die Punkte $a_1 a_2 \ldots a_n$ durch kleine Kreise von der Begrenzug ausschließt, also nur den außerhalb dieser Kreise übrig bleibenden Teil des Regularitätsgebietes ins Auge faßt, so ist $u(p)$ darin regulär, hat ausnahmslos regulären stetigen Anschluß an stetige Randwerte, welche sonst $\leqq M$ sind bis auf die kleinen Kreisbogen, wo die Randwerte doch jedenfalls nicht größer als A werden.

---

*) Der Beweis läßt sich analog auch für den Fall führen, daß die Ungewißheit in einer abzählbar unendlichen nirgends dichten Punktmenge vorhanden ist.

Es sei ε eine beliebig klein wählbare positive Größe. Betrachten wir das Potential

$$\varepsilon \cdot \log \frac{D}{r_{p a_1}},$$

so sehen wir, daß es im ganzen gegebenen Gebiete positiv ist, da im ganzen Gebiete die Entfernung $r_{p a_1} \leqq D$; positiv ist es auch auf der Randkurve. Dieses Potential wächst aber, da ε fest ist, über jeden positiven Betrag, sobald nur der Punkt p hinlänglich nahe an den Punkt a_1 heranrückt, es wird also, sobald die oben erwähnten kleinen Kreise genug klein sind, gewiß auf dem um a_1 konstruierten Kreise größer als A. Bilden wir die entsprechenden Potentiale für alle Punkte $a_1 a_2 \ldots a_n$ und daraus die Summe

$$\omega(p) = M + \varepsilon \sum_{\varkappa=1}^{\varkappa=n} \log \frac{D}{r_{p a_\varkappa}},$$

so haben wir in $\omega(p)$ ein Potential, welches überall auf der Berandung größer ist als $u(p)$. Da die Punkte $a_1 a_2 \ldots a_n$ jetzt nicht zur Berandung gehören, ist stetiger Anschluß an die Randwerte vorhanden, so daß die Extreme von $\omega(p) - u(p)$ am Rande liegen. Es ist also $\omega(p) - u(p)$ positiv, folglich $u(p) - M < \omega(p) - M$. Nun konnte aber in

$$\omega(p) - M = \varepsilon \sum_{\varkappa=1}^{\varkappa=n} \log \frac{D}{r_{p a_\varkappa}}$$

die Größe ε beliebig klein gewählt werden. Da in dieser Gleichung der Faktor von ε für alle Punkte p in endlicher Distanz von $a_1 a_2 \ldots a_n$ endlich ist, so folgt, daß $\omega(p) - M$ beliebig klein gemacht werden kann, daß also $u(p) - M$ nicht positiv ist. Es liegt also $u(p)$ unter dem Maximum seiner Randwerte und analog über ihrem Minimum. Man wird erkennen, daß in gleich einfacher Weise der Beweis auch für das unendliche Außengebiet sich führen läßt.*)

Die Voraussetzung, die Potentialwerte müßten zwischen angebbaren Grenzen eingeschlossen sein, ist nicht zu umgehen, wie schon das Beispiel zeigt:

$$\frac{1 - (x^2 + y^2)}{(1 - x)^2 + y^2}.$$

Dies ist, wie man sich leicht überzeugt, ein logarithmisches Potential, nämlich der Realteil der analytischen Funktion $\frac{1+z}{1-z}$, wo $z = x + iy$. Der Ausdruck verschwindet aber am Rande des Kreises $x^2 + y^2 - 1 = 0$ überall, bis auf den Punkt $x = 1$, $y = 0$, wo Unbestimmtheit eintritt. Tatsächlich bleiben hier die Werte innerhalb des Kreises nicht zwischen angebbaren Grenzen, da für $y = 0$ das Potential den Wert $\frac{1+x}{1-x}$ hat, also in der Nähe von $x = 1$ über alle Grenzen wächst.

---

*) Gänzlich analog und gar nicht schwieriger ist der Beweis beim Newtonschen Potentiale, wenn die Stetigkeit des Anschlusses nur in Kurven an der Berandung dahingestellt bleibt. Man hat hier Kurvenpotentiale $\varepsilon \int \frac{ds}{r_{sp}}$ in Vergleich zu ziehen.

§ 20.

Der Unitätssatz für die zweite Randwertaufgabe (Strömungsproblem) lautet:

Jedes Potential ist durch die Werte seiner normalen Ableitungen an der Begrenzung des Regularitätsgebietes bis auf eine additive Konstante eindeutig bestimmt.

Es ist bereits in der Aussage dieses Satzes die Forderung enthalten, daß es sich um Regularitätsgebiete mit eindeutig definierten Normalen handelt. Den Beweis führt man in der Regel, indem man von der Formel Gebrauch macht

$$-\int U\frac{\partial U}{\partial n}ds > 0,$$

die für alle nicht konstanten Potentiale gilt. Aus dem Umstande, daß die Differenz zweier Potentiale mit denselben normalen Ableitungen ein Potential U mit verschwindenden normalen Ableitungen $\frac{\partial U}{\partial n}$ gibt, schließt man dann, daß U nur konstant sein kann. Eine allen Anforderungen der Strenge entsprechende Beweisführung ähnlicher Allgemeinheit, wie es der obige auf K. Neumann zurückgehende Unitätsbeweis für die erste Randwertaufgabe ist, fehlt noch. Für Gebiete mit stetiger Normale und endlicher Krümmung ist die Anwendbarkeit der Formel $-\int U\frac{\partial U}{\partial n}ds \geqq 0$ sichergestellt, sobald die Stetigkeit der Randwerte U und $\frac{\partial U}{\partial n}$ vorausgesetzt wird. Unter dieser Annahme ist also der Satz sicher richtig. Die Voraussetzungen jedoch, die hier gemacht worden sind, sind aber gar nicht zu vergleichen mit den geringen Voraussetzungen des K. Neumannschen Unitätsbeweises. Hatten wir doch oben über die Ableitungen am Rande überhaupt keine Annahme nötig! Hier wurde aber bei gegebenen stetigen normalen Ableitungen die Endlichkeit, Bestimmtheit, ja sogar Stetigkeit der Randwerte selbst angenommen. Auch die Voraussetzungen über die Form der Begrenzung sind recht unangenehme. Kann nicht etwa das Vorhandensein von Normalen oder wenigstens die Eindeutigkeit in einzelnen Punkten überflüssig sein? Es ist tatsächlich auch hier jede Annahme über die Randwerte überflüssig. Ich habe bereits einige Gründe dafür hervorgehoben, daß schon die Fragestellung der zweiten Randwertaufgabe eine nicht genug allgemeine und nicht zweckmäßige ist. Die Fragestellung muß man so formulieren, daß das Wesen der Aufgabe erhalten bleibt, der Begriff der normalen Ableitungen aber vermieden wird. Der folgende physikalische Vorgang illustriert die Verhältnisse: Im Inneren einer regulären Flüssigkeitsströmung mit Geschwindigkeitspotential denken wir uns eine geschlossene Fläche, bei der der Normalenbegriff fehlt. Ist doch die Strömung im Inneren der Fläche genau bestimmt, wenn man die durch jedes Oberflächenelement hindurchgehende Flüssigkeit (pro Zeiteinheit) als gegeben betrachtet. Man sieht sofort, daß die Frage einer Verallgemeinerung bedürftig ist, wobei dann statt der normalen Ableitungen der oben erörterte Begriff des „Stromes“ einzutreten hat. Bei dieser Formulierung des Problemes wird aber eine Annahme über das Bestimmtsein der Randwerte nicht nur überflüssig, sondern unbrauchbar. Es zeigt sich nämlich, daß es Potentiale mit ganz stetiger „Strömung“ aber ohne bestimmte Werte am Rande gibt, ähnlich, wie es am Rande stetige Potentiale gibt, ohne bestimmte normale Ableitungen. Bei unserer weiteren Betrachtung spielen diese Fragen keine Rolle, weshalb sie nicht weiter erörtert werden sollen.

Die Lösung der Randwertaufgaben.

Die Betrachtung der vorigen Paragraphen hat gezeigt, daß bei vorgegebenen Randwerten nur ein einziges überall zwischen endlichen Grenzen bleibendes Potential existieren kann, welches sich diesen Randwerten aus dem Regularitätsgebiet heraus stetig anschließt. Eine ähnliche Behauptung konnten wir aussprechen, wenn die Strömung am Rande des Regularitätsgebietes bekannt ist. Über die wirkliche Existenz solcher Potentiale ist aber durch unsere Überlegungen nichts ausgesagt; tatsächlich verursachte der Existenzbeweis lange Zeit außerordentliche Schwierigkeiten. Der erste strenge Beweis wurde von *H. A. Schwarz* und *K. Neumann* gegeben. Für uns ist insbesondere die Reihenentwicklung von K. Neumann*) interessant, denn sie gibt uns einen Rechenausdruck für die Lösung, während andere Methoden kaum mehr als die Existenz lieferten. Die moderne Entwicklung der Potentialtheorie hat gezeigt, daß die Reihenentwicklung K. Neumanns kein erzwungenes Resultat ist, daß sie sich vielmehr auf geradem Wege mit Notwendigkeit einstellen muß und unter Verhältnissen gültig bleibt, die weit über jene hinausgehen, unter denen sie ursprünglich hergeleitet wurde. Das Neumannsche Resultat wurde von *H. Poincaré***) verallgemeinert einerseits durch Einführung eines Parameters λ, für dessen Spezialwerte ± 1 das ursprüngliche Problem resultiert, anderseits dadurch, daß der Umfang der Gültigkeit auf weit allgemeinere Bereiche ausgedehnt wurde. Von vielen einschränkenden Voraussetzungen wurden die Ergebnisse Poincarés von *S. Zaremba****) befreit.

In der jüngsten Zeit wurde von *I. Fredholm*†) der Analysis ein neues Hilfsmittel von außerordentlicher Stärke und Tragweite geliefert, die *Theorie der linearen Integralgleichung*. Wie die Theorie der linearen Integralgleichung in vielen Teilen der Analysis revolutionierend gewirkt hat, so war sie ganz besonders für die moderne Richtung der Potentialtheorie ausschlaggebend. Die naturgemäße Verwendung dieses Instrumentes in der Potentialtheorie folgt daraus, daß es gerade die erste Randwertaufgabe war, die

---

*) Ber. Sächs. Ges. Wiss. 1870; Unters. ü. Log. u. Newton. Potential, Leipzig 1877. Ber. Sächs. Ges. Wiss. 1887.

**) Rend. d. Circ. mat. di Palermo 1894; Acta Mathem. 1896.

***) Bullet. internat. de l'Ac. de Cracovie 1901, 24. Juni; Journ. d. Math. 1902, 1904.

†) Oefvers. af kongl. vet. ak. Förh. Stockholm 1900, Acta math. 1903.

zur Aufdeckung der Integralgleichungen geführt hat.*) Man kann die Theorie der Fredholmschen Integralgleichung in der Analysis heutzutage ebensowenig vermissen, wie die Determinantenlehre in der Algebra, um deren Grenzfälle es sich gerade handelt. Wenn Poincaré vorher die Tatsache bewiesen hat, daß die Lösung der verallgemeinerten ersten Randwertaufgabe ein Quotient zweier ganzer Funktionen von λ ist, so gebürt Fredholm das Verdienst, diese beiden Funktionen in expliziter Form angegeben zu haben.

§ 21.

Das Neumann-Poincarésche Problem.

Voraussetzungen über die Form der Begrenzung des Regularitätsgebietes. Bevor wir an die Formulierung der Randwertaufgaben herantreten, haben wir die Voraussetzungen anzugeben, die wir über die Form der Berandung des Regularitätsgebietes unseren Untersuchungen zugrundelegen. Man könnte sich zwar in mancher Hinsicht von diesen Einschränkungen befreien, was ich aber unterlassen will, da das Hauptziel dieser Arbeit nicht so sehr darin besteht, den Umfang von Sätzen in quantitativer als in qualitativer Richtung zu ermitteln. Es soll also in der Folge an der Annahme festgehalten werden, daß die Randkurve des Regularitätsgebietes sich nicht ins Unendliche erstreckt, überall eine bestimmte, sich stetig ändernde Normale besitzt und daß der Winkel zwischen den Normalen in zwei benachbarten Punkten den Kleinheitsgrad der Distanz dieser Punkte hat, so daß der Krümmungskreis überall existiert und über einer endlichen Größe liegt. Berührungen von Kurvenelementen schließen wir aus.

Unter den angegebenen Voraussetzungen ist die Anwendbarkeit der Greenschen Formeln sichergestellt für alle Potentiale, die stetige Randwerte haben und stetige normale Ableitungen. Es ist aber nicht das Vorhandensein der Anwendbarkeit der Greenschen Formeln der Grund, daß wir die obige Annahme machen, dieser liegt vielmehr im folgenden Umstand. Unter unseren Voraussetzungen ist die Funktion

$$h(\sigma, s) = \frac{1}{\pi}\frac{d}{d\sigma} \operatorname{arctg} \frac{y_s - y_\sigma}{x_s - x_\sigma}$$

endlich, wo auch die beiden Randpunkte σ, s liegen, also selbst bei unbegrenzter Annäherung gegeneinander. Unter ds kann man dabei das Bogenelement im Randpunkte σ verstehen, wenn aber eine andere stetige Funktion zweckmäßig ist, die den Kurvenpunkten eindeutig umkehrbar zugeordnet ist und nach der die Funktion $\operatorname{arctg} \frac{y_s - y_\sigma}{x_s - x_\sigma}$ bei jeder Lage der Randpunkte s, σ differentiierbar ist, so kann man diese Funktion statt des Kurvenbogens nehmen und die Resultate behalten ohne weiteres ihre Gültigkeit.

---

*) Fredholm, loc. cit. 1900.

Näheres über die Verwendnng der Integralgleichung in diesen Teilen der Potentialtheorie siehe z. B. bei J. Plemelj: Monatshefte f. Math. u. Phys., Bd. 15, 1904.