Erstreckt sich das Regularitätsgebiet über jede endliche Entfernung hinaus, so soll das Potential dann und nur dann im Unendlichen regulär heißen, wenn $U(p)$ bei unbegrenzt wachsender Distanz R vom Ursprung des Koordinatensystems gegen einen bestimmten konstanten Wert c konvergiert, während die Ableitung von $U(p)$ in irgendeiner Richtung x einen solchen Kleinheitsgrad hat, daß

$$(4)\quad \begin{aligned} &\lim_{R=\infty} R\,\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \text{ beim logarithmischen,} \\ &\lim_{R=\infty} R^2\,\frac{\partial U}{\partial x} = 0 \text{ beim Newtonschen} \end{aligned}$$

Potential sich ergibt.

Wenn für alle hinreichend großen Distanzen R vom Ursprung ein Potential $V(p)$ das Verhalten zeigt

$$(5)\quad \begin{aligned} &V(p) = m \log \frac{1}{R} + U(p) \text{ beim logarithmischen,} \\ &V(p) = m \cdot \frac{1}{R} + U(p) \text{ beim Newtonschen} \end{aligned}$$

Potential, worin $U(p)$ eine im Unendlichen reguläre Potentialfunktion bedeutet, so heißt m die Gesamtmasse von $V(p)$. Für im Unendlichen reguläre Potentiale ist also die Gesamtmasse gleich Null.)*

vgl. [illegible] S. 8 ?

Diese Sätze enthalten eine von jeder Art der Darstellung freie und von der Form des Regularitätsgebietes unabhängige Definition des Potentials. Ich muß aber schon deshalb einige Bemerkungen zu dieser Definition machen, weil sie in gewisser Hinsicht von den herkömmlichen abweicht. Die bisherigen Definitionen finden sich beeinflußt durch das Verhalten von $\log \frac{1}{r_{pq}}$ bzw. $\frac{1}{r_{pq}}$ und der sogenannten Potentiale der einfachen und der doppelten Schicht am Raude und im Unendlichen. Nun kann es aber an der Hand der Unitätssätze von der Existenz durch gewisse Randbedingungen definierter Potentiale wenig von Belang sein, welche spezielle Darstellungsform dem Potential gegeben werden kann. Man hat, durch solche Definitionen veranlaßt, eine von Null verschiedene Konstante überhaupt nicht als Potential eines ins Unendliche sich erstreckenden Gebietes angesehen; aus gleichem Grunde auch nicht die Funktionen $m \log \frac{1}{r_{pq}} + \text{const.}$ bzw. $\frac{m}{r_{pq}} + \text{const.}$ Dadurch wird die Lösbarkeit gewisser Probleme von vornherein unmöglich gemacht und dem unendlich fernen Gebiete, welches für reguläre Potentiale

---

*) Unser Standpunkt von der Ausführbarkeit der bestimmten Integrale bringt es mit sich, daß hier von einer näheren Betrachtung der Differentialgleichung $\Delta U = \varrho$, wo ϱ eine gegebene Ortsfunktion ist, Abstand genommen werden kann. Da nämlich eine partikuläre Lösung U_0 dieser Differentialgleichung in der Form eines über das Feld erstreckten Integrales, nämlich $U_0 = -\frac{1}{2\pi}\int \log \frac{1}{r_{p\tau}} \cdot \varrho\, d\tau$ bzw. $-\frac{1}{4\pi}\int \frac{\varrho}{r}\, d\tau$, bekannt ist, so ist das vorliegende Problem reduzierbar auf die Differentialgleichung $\Delta u = 0$, wenn man $U = U_0 + u$ setzt.

nach unserer Definition vollkommen die Rolle eines regulären Punktes einnimmt, eine Ausnahmstellung verschafft. Die obige Definition des Regulärseins im Unendlichen weicht für den Newtonschen Fall von der üblichen auch darin ab, daß wir z. B. das Potential $\frac{m}{r}$ nicht als im Unendlichen regulär ansehen. Tatsächlich nimmt das Unendlichferne, falls m nicht Null ist, regulären Punkten gegenüber auch im Newtonschen Fall eine Ausnahmstellung ein; beim logarithmischen Potential ist dies ohnehin augenscheinlich. Unsere Definition erzielt eine vollkommene Übereinstimmung. Wir sehen also $\frac{1}{r}$ nicht als ein im Unendlichen reguläres Newtonsches Potential an, wohl müssen wir aber eine Konstante als Potential bezeichnen; dies ist doch das regulärste Potential. Die Unzweckmäßigkeit, die Konstante auszuschließen, ergibt sich beim logarithmischen Potential auch schon formell, da in $m \log \frac{1}{r}$ sofort eine additive Konstante hinzutritt, wenn die Einheit der Distanzmessung geändert wird.

Auch physikalisch gibt es für eine Annahme, das Newtonsche Potential müsse im Unendlichen verschwinden, keinen hinreichenden Grund. Das Potential ist in der Physik überhaupt nur bis auf irgendeine additive Konstante festgelegt, sei es, wie z. B. in der Mechanik, wo die Kräfte, das Primäre, als Ableitungen des Potentials sich ergeben, sei es, wie in der Wärmelehre, daß die Wahl des Nullpunktes einer Übereinkunft entspricht. In diesem Falle kann man, nachdem der Nullpunkt festgesetzt ist, über den Wert im Unendlichen keine Annahme von vornherein machen. Dieser Wert muß sich von selbst ergeben aus dem Umstande, ob das Unendliche eine Quelle oder Senkstelle für die Kraft ist.

Das irreguläre Verhalten, welches im Unendlichen durch $m \log \frac{1}{r}$ bzw. $\frac{1}{r}$ sich ausdrückt, ist natürlich nicht das einzig mögliche, das ein über jede Entfernung hinaus reguläres Potential aufweisen kann. Es sind z. B. x, $x^2 - y^2$, $x^3 - 3xy^2$ usw. ebenfalls Potentiale, welche wir nicht als im Unendlichen regulär auffassen. Wenn auch solche Fälle bei den Problemen der Potentialtheorie (z. B. in der Funktionentheorie) vorkommen, ist es doch nicht nötig, sie gesondert zu betrachten, da in jedem Falle die Aufgabe zuerst zurückgeführt wird auf die Bestimmung eines Potentials mit regulärem Verhalten im Unendlichen.

§ 3.
Die Greenschen Formeln.

Grundlegend für die ganze Potentialtheorie ist die folgende Formel, durch die ein Integral vom bestimmten Bau, das über ein Feld zu erstrecken ist, in ein solches verwandelt wird, welches nur auf die Berandung des Gebietes sich ausdehnt. Die völlige Analogie räumlicher und ebener Felder gestattet es, sich auf die Ebene zu beschränken.

Es seien U und V zwei von der Lage des Punktes p mit den Koordinaten $(x\,y)$ abhängende Funktionen, welche in einem ganz im Endlichen gelegenem Flächenstücke mitsamt ihren ersten Ableitungen als endlich und stetig vorausgesetzt werden und überdies auch zweite Ableitungen besitzen. Die Berandung des Flächenstückes soll überall eine einzige Normale haben, der Rand selbst braucht aber nicht aus einem einzigen Kurvenzug zu bestehen, vielmehr kann das Flächenstück einen mehrfachen Zusammenhang aufweisen. Das Integral, um das es sich handelt, ist das folgende: *Das Integral*

$$\int\left(\frac{\partial U}{\partial x}\cdot\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\cdot\frac{\partial V}{\partial y}\right)dx\,dy+\int\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)U\,dx\,dy$$

erstreckt über eine Fläche, läßt sich durch das Kurvenintegral

$$-\int U\frac{\partial V}{\partial n}\cdot ds,$$

welches nur über die Berandung der Fläche sich ausdehnt, ersetzen. Dabei wird in leicht verständlicher Weise mit $\frac{\partial V}{\partial n}$ die Ableitung der Funktion V in der normalen Richtung gegen das Randelement ds bezeichnet. Soll ein Mißverständnis ausgeschlossen werden, so wird man die normale Ableitung genauer mit $\frac{\partial V}{\partial n}(s)$ oder $\frac{\partial V}{\partial n_s}$ bezeichnen, um anzudeuten, daß die Ableitung im Randpunkte s gemeint ist. Es sei noch bemerkt, daß in der obigen Formel als positive Richtung der Normale jene gemeint ist, die in das Innere des Flächenstückes gerichtet ist, und daß ds den absoluten Wert eines Bogenelementes im Randpunkte s bedeutet. *Es soll hier, wie in der Folge, der Punkt, der im Kurvenelement ds liegt, stets mit s bezeichnet werden.* Dies ist ein Vorgang, der sich als sehr übersichtlich erweist und zu Mißverständnissen keine Veranlassung geben kann. *Auch möge gleich hier betont werden, daß in der ganzen Betrachtung stets für Punkte der Berandung eines der Zeichen s, σ, τ, θ, gewählt werden soll, während für Punkte, die nicht in der Berandung liegen, nur die Buchstaben p und q zur Verwendung kommen werden.*

Die angeführte Formel haben wir nur auf solche Funktionen anzuwenden, die der Laplaceschen Differentialgleichung $\triangle V = 0$ genügen. Wir gewinnen sofort folgende drei sehr wichtigen Gleichungen. Nimmt man für V eine Konstante, etwa $V = 1$, so folgt:

Für jede Potentialfunktion $U(p)$ gilt für das Integral die Gleichung

$$\int\frac{\partial U}{\partial n}(s)\,ds = 0 \tag{6}$$

bei der Erstreckung über die ganze Berandung des Regularitätsgebietes.

Sind weiter U und V zwei Potentialfunktionen, so folgt aus der Symmetrie im obigen Flächenintegral die Gleichheit $\int U\frac{\partial V}{\partial n}ds = \int V\frac{\partial U}{\partial n}d\,s$ oder der Satz:

Sind U und V zwei in einem Gebiete reguläre Potentiale, so ist bei der Erstreckung über die Berandung des Gebietes

$$\int\left(V\frac{\partial U}{\partial n}-U\frac{\partial V}{\partial n}\right)ds=0. \tag{7}$$

Eine weitere äußerst wichtige Gleichung bekommt man, wenn man im Flächenintegral die beiden Potentialfunktionen U und V gleichsetzt. Es folgt

$$\int\left[\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial U}{\partial y}\right)^2\right]dx\,dy=-\int U\frac{\partial U}{\partial n}ds.$$

Daraus bekommt man den folgenden Satz:

(8) *Das Integral* $-\int U\frac{\partial U}{\partial n}ds$ *erstreckt über die Berandung des Regularitätsgebietes ist für jede nicht konstante Potentialfunktion positiv.*

Man kann nunmehr leicht die Modifikationen untersuchen, die in den drei angeführten Sätzen etwa eintreten, wenn man sie auf unendliche Felder und auf Potentiale anwendet, welche wir im Unendlichen regulär nennen. Ein unendliches Feld kann man zunächst dadurch zu einem endlichen machen, daß man um den Ursprung des Koordinatensystems einen sehr großen Kreis vom Radius R schlägt und nur jenen Teil des Regularitätsgebietes ins Auge faßt, welcher innerhalb dieses Kreises liegt. Dieser Kreis ist mindestens so groß zu wählen, daß er keine Begrenzungslinie des Regularitätsgebietes trifft, kann aber im übrigen ganz beliebig groß sein. Für solche Gebiete gelten die angeführten Sätze unzweifelhaft, man hat aber natürlich darauf zu achten, daß nunmehr auch die Peripherie des großen Kreises zur Begrenzung zählt. An der Hand der Eigenschaften, welche unserer Definition gemäß jedes im Unendlichen reguläre Potential auszeichnen, folgt aber ohne Schwierigkeit, daß in den obigen Formeln jener Teil des Integrals Null ist, welcher aus der Erstreckung über den großen Kreis hervorgeht, falls der Radius unbegrenzt vergrößert wird. Wir können also noch den Satz aussprechen:

(9) *Die Sätze* (6), (7) *und* (8) *gelten von Potentialen, welche wir im Unendlichen regulär nannten, auch bei unendlich ausgedehnten Feldern. Dabei wird die Normale, wie früher, in das Regularitätsgebiet positiv gezählt.*

Wollte man die positive Richtung der Normale umkehren, so hätte man natürlich in den Formeln nur das Zeichen der normalen Ableitung zu ändern.

Von Wichtigkeit ist auch noch eine Gleichung, die sich ergibt, wenn man in

$$\int\left\{U\frac{\partial V}{\partial n}-V\frac{\partial U}{\partial n}\right\}ds=0$$

für $V(p)$ die Funktion $\log\frac{1}{r_{pq}}$ annimmt. Nimmt man dabei für q einen festen Punkt, der im Regularitätsgebiet des Potentials $U(p)$ liegt, so muß man q zunächst durch eine Kurve, etwa einen kleinen Kreis, ausschalten, da $\frac{1}{r_{pq}}$

nicht regulär bleibt, wenn p in den Punkt q rückt. Die Integration ist freilich auch über die Peripherie dieses kleinen Kreises zu erstrecken. Da auf dem Kreise mit dem Mittelpunkte q und dem Radius r die Funktion $\log \frac{1}{r_{pq}}$ konstant ist, $\int \frac{\partial U}{\partial n} ds$ aber nach (6) Null ist, so verschwindet $\int U \frac{\partial V}{\partial n} ds$ bei der Erstreckung über den Kreis. Da ferner die positive Normalenrichtung auf den Kreis mit dem wachsenden Radius übereinstimmt, ist $\frac{\partial V}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial r} \log \frac{1}{r} = -\frac{1}{r}$. Das Integral $-\int V \frac{\partial U}{\partial n} ds$ ist also gleich $\frac{1}{r} \int U ds$, wo die Integration wieder über den kleinen Kreis mit dem Radius r sich ausdehnt. Aus der Stetigkeit von U ergibt sich dieses Integral durch Grenzübergang $\lim r = 0$ gleich $2\pi U(q)$. Man bekommt so die Formel

$$U(q) = \frac{1}{2\pi} \int U(s) \cdot \frac{\partial \log \frac{1}{r_{sq}}}{\partial n_s} ds - \frac{1}{2\pi} \int \log \frac{1}{r_{sq}} \cdot \frac{\partial U}{\partial n}(s) \cdot ds, \tag{10}$$

worin das Gebiet noch als endlich gedacht ist. Wenn man aber, wie im vorangehenden, die Gleichung auf unendliche Regularitätsgebiete ausdehnen will, so wird man den Integralwert über einen sehr großen Kreis zu bestimmen haben. Es ist dabei gar nicht nötig, das Potential U im Unendlichen als regulär anzunehmen, vielmehr kann man voraussetzen, daß $U(p)$ bei großen Distanzen R die Form

$$m \log \frac{1}{R} + u(p)$$

hat, wo $u(p)$ im Unendlichen regulär ist und dort den konstanten Wert C annimmt. Es hat keine Schwierigkeit einzusehen, daß das Integral über den großen Kreis im Grenzfalle den Wert C hat und unabhängig ist von der Gesamtmasse m. *Man erkennt so, daß bei unendlich großen Feldern in der Formel* (10) *nur eine Konstante additiv hinzukommt,* diese Konstante ist der Wert von $U - m \log \frac{1}{R}$ im Unendlichen, wenn mit m die Gesamtmasse des Potentials U bezeichnet wird.

Die letzte Formel gilt also nach Addition von C auch bei nicht regulären Potentialen, welche im Unendlichen die Form $m \log \frac{1}{R} + C + (0)$ haben, wo (0) ein im Unendlichen verschwindendes und reguläres Potential bedeutet. Untersucht man jedoch die übrigen Sätze für nicht reguläre Potentiale, so erweisen sie sich im allgemeinen nicht mehr als richtig. Aus diesem Grunde hat man bei unserer Untersuchung sehr vorsichtig darauf zu achten, ob bei Anwendung auf unendliche Felder die betrachteten Potentiale als unserer Definition gemäß regulär im Unendlichen zu bezeichnen sind. Erst, wenn die Regularität, d. h. das Verschwinden der Masse feststeht, ist die Anwendbarkeit gesichert.

§ 4.

Über eine Erweiterung der Gültigkeit der Greenschen Sätze.

Die im vorigen Abschnitte angeführten Sätze sind an einige einschränkende Voraussetzungen gebunden, die bei mancher Untersuchung sich als sehr störend erweisen. Es war zunächst die Voraussetzung der Stetigkeit und eindeutigen Bestimmtheit der Normalenrichtung, wodurch erst $\frac{\partial V}{\partial n}$ eine klare Bedeutung gewinnt. Der Herleitung liegt die Annahme zugrunde, *daß das Potential mit seinen ersten Ableitungen endlich und stetig ist bis zum Rande, wo ein stetiger Anschluß an stetige Werte am Rande vorhanden ist.* Nun zeigt aber eine genauere, im übrigen ganz einfache Überlegung bei der Herleitung der Greenschen Formeln, daß sie ungestört auch dann noch weiter bestehen, wenn die Normale in einzelnen Punkten einen Sprung ihrer Richtung erleidet, wofern es nur sicher ist, daß die ersten Ableitungen der Potentiale in der Umgebung solcher Punkte nirgends über endliche Werte hinausgehen. In den Formeln kommt aber von den ersten Ableitungen nur jene vor, die der normalen Richtung am Rande entspricht. Es liegt nun nahe, zu vermuten, daß die Existenz und Stetigkeit dieser einzigen Ableitung nebst der Stetigkeit des Potentials selbst am Rande zur Gültigkeit der Greenschen Formeln ausreicht. In der Tat läßt sich die Gültigkeit derselben leicht einsehen, wenn man über die Form der Berandung die sehr einschränkende Annahme macht, daß nebst der durchgängigen Stetigkeit der Normale, auch überall ein Krümmungskreis vorhanden ist, der zwar nicht an die Voraussetzung der Stetigkeit gebunden ist, doch aber überall der Krümmungsradius über einer endlichen von Null verschiedenen Größe a liegt. Da zwei Nachbarnormalen sich erst im Krümmungsmittelpunkte treffen, so wird die Gesamtheit der Punkte, deren Distanz vom Rande (in der Normale) überall dieselbe Größe $\lambda < a$ ist, eine Parallelkurve ergeben, die sich nirgends durchsetzt, und deren Punkte den Punkten der gegebenen Randkurve eindeutig zugeordnet sind so, daß entsprechende Punkte eine gemeinsame Normale besitzen. Wenn man nun die Greenschen Formeln auf das von der Parallelkurve begrenzte Gebiet anwendet, so steht die Anwendbarkeit fest, da die Parallelkurve ganz im Regularitätsgebiete liegt. Wenn man aber die Distanz λ der Parallelkurve gegen Null streben läßt, so konvergieren in den Formeln die Integrale gegen die Werte am Rande, da die Potentiale und die normalen Ableitungen als am Rande überall stetig und mit stetigem Anschluß*) vorausgesetzt wurden. Hier ist es also leicht die Gültigkeit der Formeln (6) bis (10) auch für den Fall nachzuweisen, wenn über die Ableitungen $\frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z}$ am Rande selbst nichts feststeht. Das hier mitgeteilte Verfahren wurde zuerst von *Liapounoff* angegeben (Journal de Mathématiques S^e V, 1898). Ich werde aus später anzugebenden Gründen die hier vorausgesetzte vereinfachende Annahme der Untersuchung zugrunde

1) stetig
2) Krümmungskreis

*) Dieser Anschluß erfolgt dann von selbst auf der ganzen Berandung gleichmäßig

legen, so daß in dieser Hinsicht die Anwendbarkeit der bisherigen Sätze keine Einbuße erleiden wird. Die Gültigkeit der Greenschen Sätze ist jedoch an solche beschränkende Voraussetzungen über die Form der Berandung nicht gebunden, wenn auch ein so einfaches Verfahren, wie das hier mitgeteilte für den allgemeinen Fall nicht bekannt ist. *Ja, man kann sogar behaupten, daß die Gültigkeit der bisherigen Sätze nicht einmal die Existenz bestimmter Grenzwerte für die Ableitungen in der normalen Richtung am Rande zur notwendigen Voraussetzung hat. Natürlich hat man aber den Formeln eine geeignete Deutung zu geben* und diese gelingt tatsächlich durch Einführung eines neuen Begriffes, der mir manches zu versprechen scheint, eines Begriffes — ich habe dafür hier den Namen Strömung oder Strom gebraucht — welcher die sehr unhandlichen normalen Ableitungen zu ersetzen hat. Die Problemstellungen der mathematischen Physik verlangen geradezu einen solchen Ersatz; man denke sich nur z. B. in einem Felde, wo das Potential durchaus regulär ist, eine Kurve, die vollkommen stetig verläuft aber ohne bestimmte Tangenten ist. Was soll da die normalen Ableitungen vertreten, die keinen Sinn haben? Offenbar handelt es sich hier um die Auslegung von $\frac{\partial V}{\partial n}\,ds$. Es liegt nicht im Plane dieser Abhandlung die bisher angeführten Sätze durch den neuen Begriff zu erweitern, da ich, wie bereits gesagt, an der obigen Voraussetzung aus anderen Gründen festhalten werde, es wird sich aber Gelegenheit genug bieten, die Tragweite des neuen Prinzips zu erkennen.

§ 5.

Der Begriff der Masse und der Strömung.

Nach Gleichung (6) ergibt sich $\int \frac{\partial U}{\partial n}\,ds = 0$ bei der Erstreckung des Integrales über die Berandung eines geschlossenen Feldes, in dessen Innern und auf dem Rande das Potential U stetig ist, und auch die normalen Ableitungen $\frac{\partial U}{\partial n}$ einen stetigen Verlauf haben. Versucht man aber die Gleichung (6) auf unendliche Felder und auf solche Funktionen auszudehnen, die bei hinreichend großer Entfernung R eine Gestalt

$$U = m \log \frac{1}{R} + u,$$

mit im Unendlichen regulärem u haben, so ergibt sich das Integral $\int \frac{\partial U}{\partial n}\,ds$, nur über den im Endlichen liegenden Rand genommen, nicht mehr Null. Man kann nun, wie oben, nur jenen Teil des Regularitätsgebietes betrachten, der innerhalb eines sehr großen Kreises vom Radius R liegt und hat dann den Beitrag zum Integral $\int \frac{\partial U}{\partial n}\,ds$ zu untersuchen, der aus der Integration über den großen Kreis sich ergibt. Im Grenzfall $\lim R = \infty$ bekommt man aber dafür $2\pi m$.*) Man hat also für unendlich große Felder

*) Beim Newtonschen Potential würde 4π statt 2π stehen.

$$m = -\frac{1}{2\pi}\int \frac{\partial U}{\partial n}\, ds, \tag{11}$$

wo jetzt die Integration nur über die im Endlichen liegende Berandung zu erstrecken ist.

Besteht die Berandung aus mehreren getrennten Kurvenzügen, so wird man zweckmäßig jenen Teil des Integrales (11), *der einem für sich geschlossenem Stück der Berandung entspricht, als die Masse auf diesem Kurvenzuge bezeichnen.* So ergibt sich die Gesamtmasse m als Summe der Massen auf den einzelnen geschlossenen Kurvenzügen. Bei einem im Unendlichen regulären Potential ist die Summe der Massen gleich Null, sie brauchen aber einzeln nicht zu verschwinden. Das Verschwinden der Masse auf jedem einzelnen geschlossenen Kurvenzuge ist eine sehr ausgezeichnete Eigenschaft, weshalb solche Potentiale in der Potentialtheorie eine hervorragende Rolle einnehmen.

Vom Integral $\int \frac{\partial U}{\partial n}\, ds$ auf einer nichtgeschlossenen Kurve ergibt sich aus der Gleichung (6) eine Eigenschaft von großer Wichtigkeit. Das Integral hängt nämlich nur von den Endpunkten ab und nicht von der näheren Form der sie verbindenden Integrationskurve in der Weise, daß die Integrale alle einander gleich sind, welche Integrationswegen entsprechen, die durch stetige Deformation im Regularitätsgebiete auseinander hervorgehen. Sind also p und q zwei Punkte im Regularitätsgebiete und verbindet man sie durch irgend eine Kurve (die Tangenten hat), so ist $\int\limits_p^q \frac{\partial U}{\partial n}\, ds$ wohl definiert und hat einen von der näheren Form der Kurve nicht abhängigen Wert. Dies erkennt man, wenn man durch p und q eine geschlossene Kurve legt und auf diese die Gleichung (6) anwendet.*)

Das Integral zwischen den Punkten p und q

$$\overline{U}(q) = -\int\limits_p^q \frac{\partial U}{\partial n}\, ds$$

ist, weil von der Kurve unabhängig, eine wohldefinierte Funktion der Grenzen p und q und soll in seiner Abhängigkeit von q mit $\overline{U}(q)$ bezeichnet werden. Diese Funktion ist stetig bei einer stetigen Änderung der oberen Grenze q. Läßt man nun den Punkt q aus dem Innern des Regularitätsgebietes gegen einen *Randpunkt* σ rücken, so wird sich der Integralwert stetig ändern. Nun kann es vorkommen, daß *trotz der Nichtexistenz* eines bestimmten Wertes für die Ableitungen von U doch das Integral $\int\limits_p^q \frac{\partial U}{\partial n}\, ds$ gegen einen ganz

---

*) Beim Newtonschen Potential ist volle Analogie vorhanden. Die Gleichung (6) zeigt, daß das Integral $\int \frac{\partial U}{\partial n}\, ds$ erstreckt über eine nicht geschlossene Fläche im Regularitätsgebiet (mit dem Flächenelemente ds im Punkte s) nur abhängt von der Randkurve, hingegen unabhängig ist von der Gestalt der umspannten Fläche.